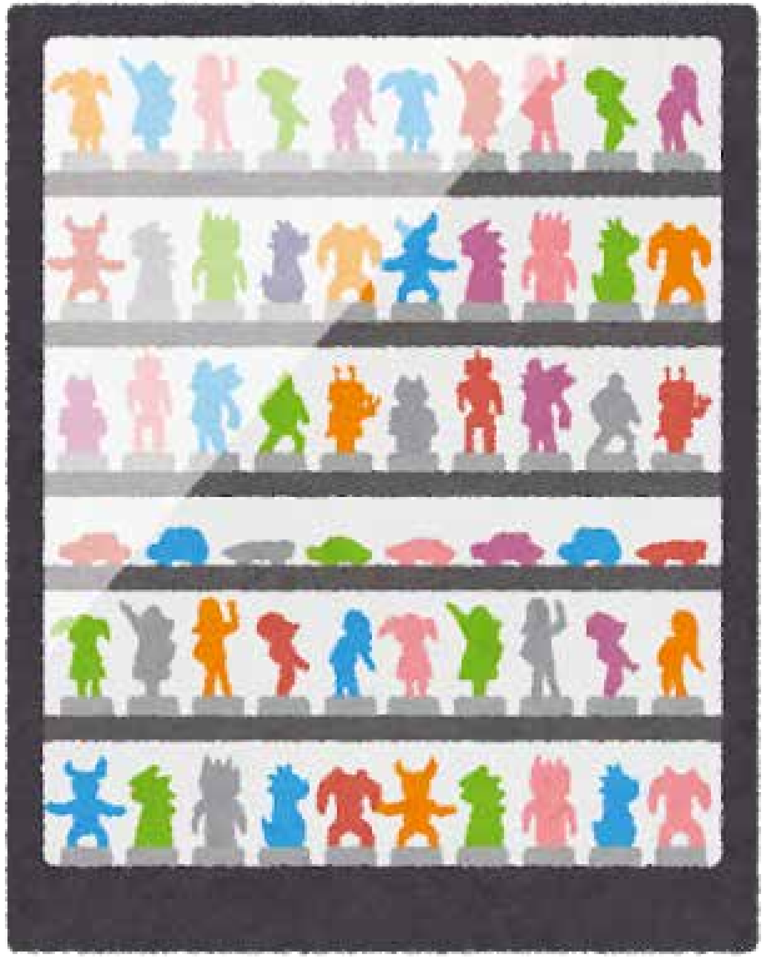
すべての種類を出すには？

２０２４年１２月２１日

担当　西・後藤

皆さん、収集したものありますか？



こんな経験はありませんか？

ガチャをコンプリートしたい！

また、同じ物だ・・。ついてない。

いくつ買えばいいのかな・・・

今回は4種類のものをコンプリートするには？

4種類をコンプリート

4種類のおまけの出る確率は均等。レアキャラはなし

よく混ざっています。

大人買いはしません。

買うときはいつも4分の1の確率でおまけが出ます

今日の活動

- ⓪予想
- ①実験
- ②予想
- ③数学的に正しいことを証明

予想

何個買えばコンプリートする！？

⓪予想

共有します！

実験

ミッション

4種類のもの、たくさん準備。

私の予算の都合上、

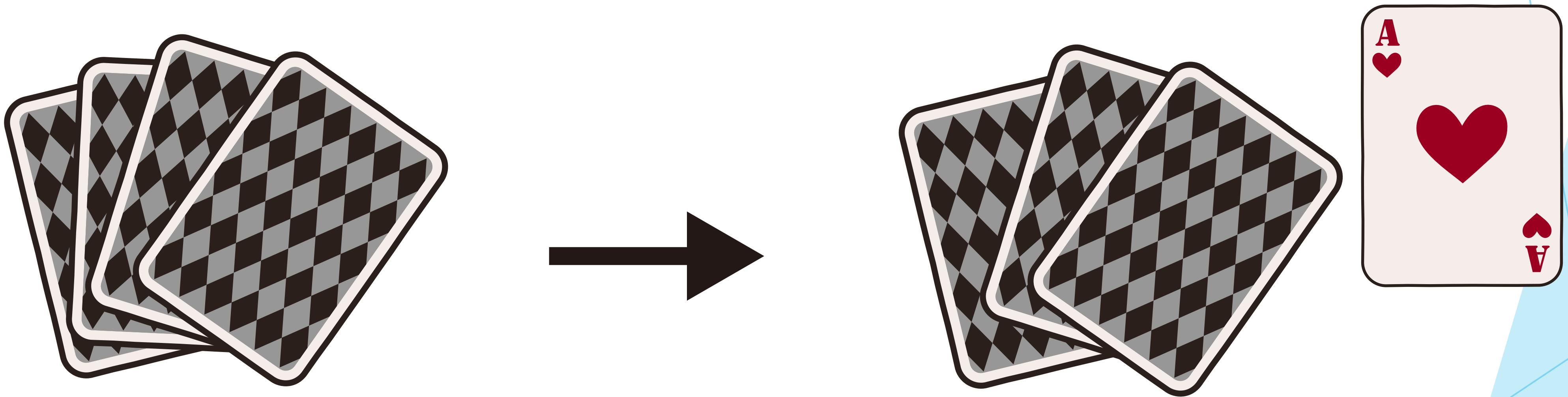
本日の実験に使いたいものは、、、

①実験

- ４枚のトランプを準備。
- まぜて、引く、マークをメモ、引いたカードを戻す、まぜて、引く、マークをメモを繰り返し
- ４種類のマークをカードで何回引けばよいかを考える。

4枚のトランプを準備

まぜて、引く、マークをメモ、引いたカードをもとに戻す、4種類揃うまで繰り返し



①実験30分間

- ４枚のトランプを準備。
- まぜて、引く、マークをメモ、引いたカードを戻す、まぜて、引く、マークをメモを繰り返し
- ４種類のマークをカードで何回引けばよいかを考える
- formsへ回数を入力、送信
- コンプリート5回分　本日のデータ5回分×人数分

②共有

- 何回引けば４種類のマークを
  すべて出すことができる

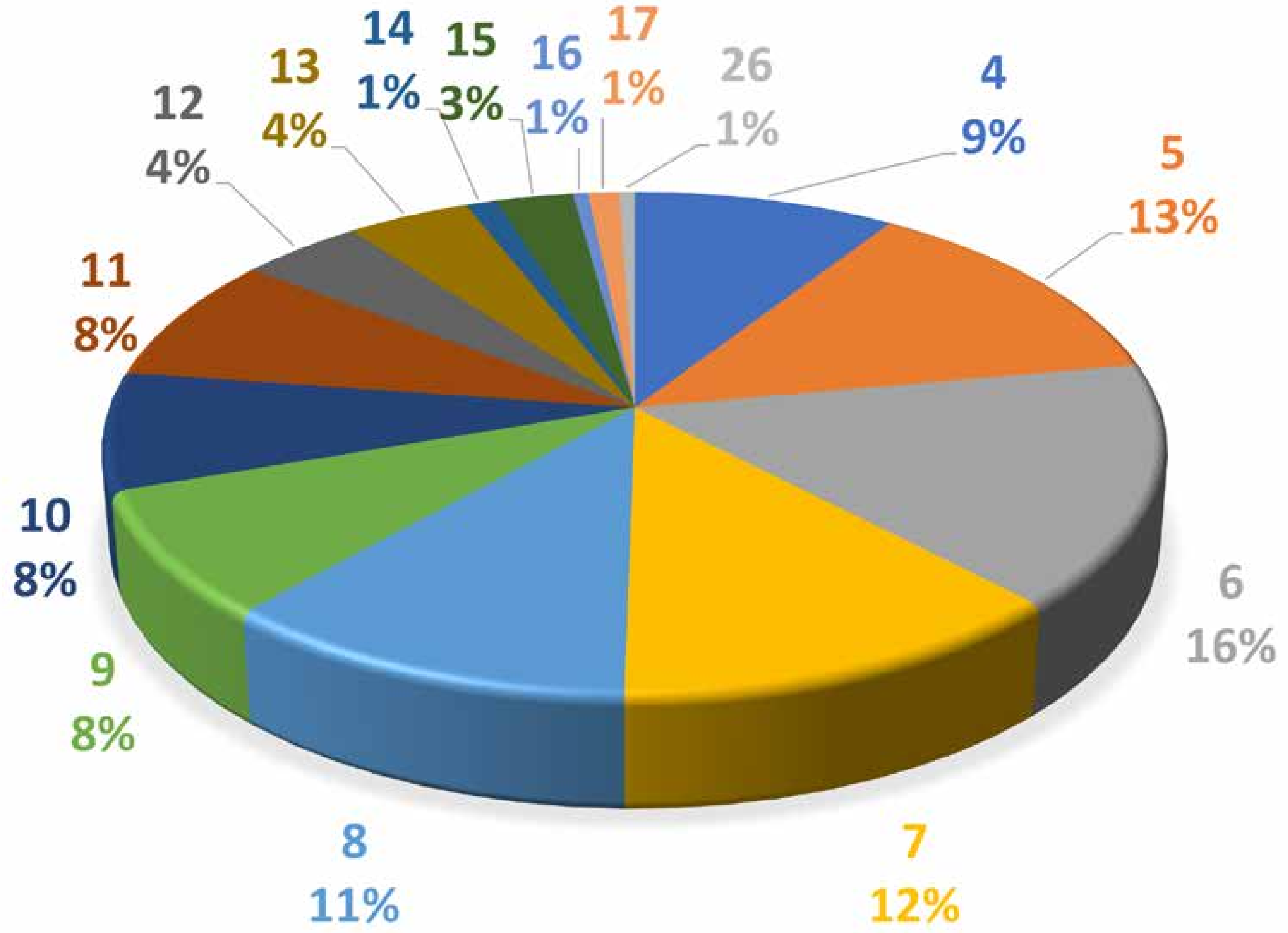
  可能性が高そうか

  共有します！

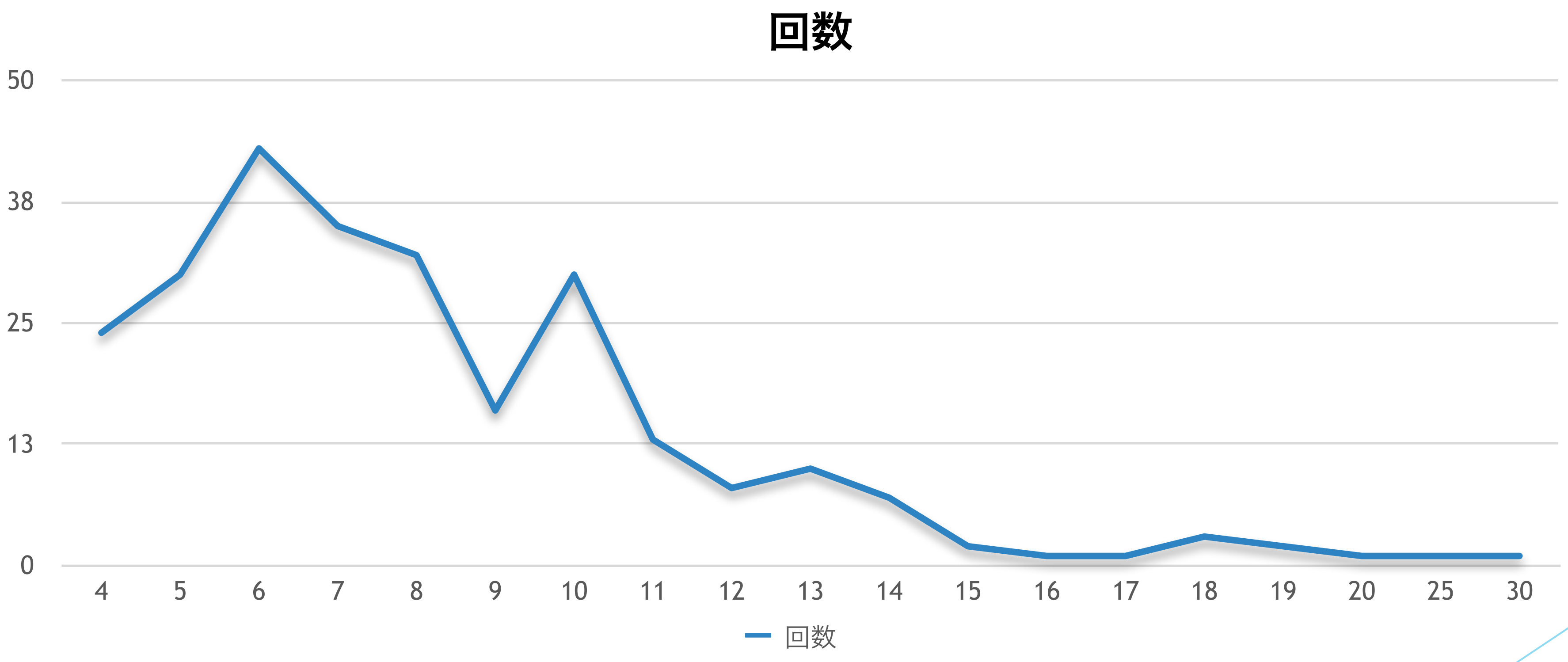
実験結果発表～！

試行回数	実験結果
4	17
5	24
6	29
7	23
8	21
9	15
10	14
11	15
12	8
13	8
14	2
15	5
16	1
17	2
18	0
19	0
20	0
21	0
22	0
23	0
24	0
25	0
26	1
27	0
28	0
29	0
30	0
31回以上	0

合計　185 回



今回のデータ



皆さんの実験結果から

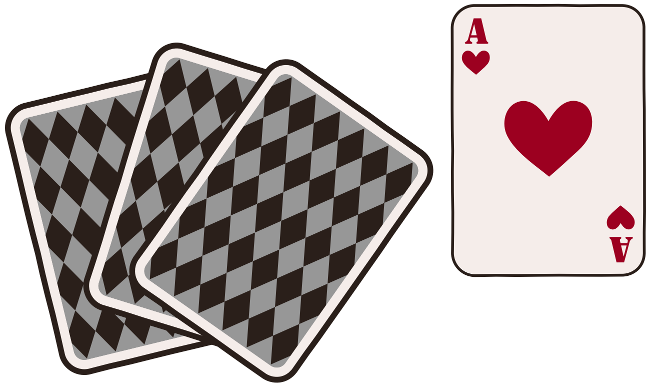
今回の実験結果から正解は・・・・

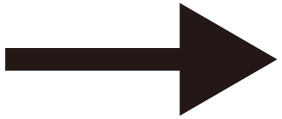
回？

コンプリートを「118回」
合計1232回　試行をしました

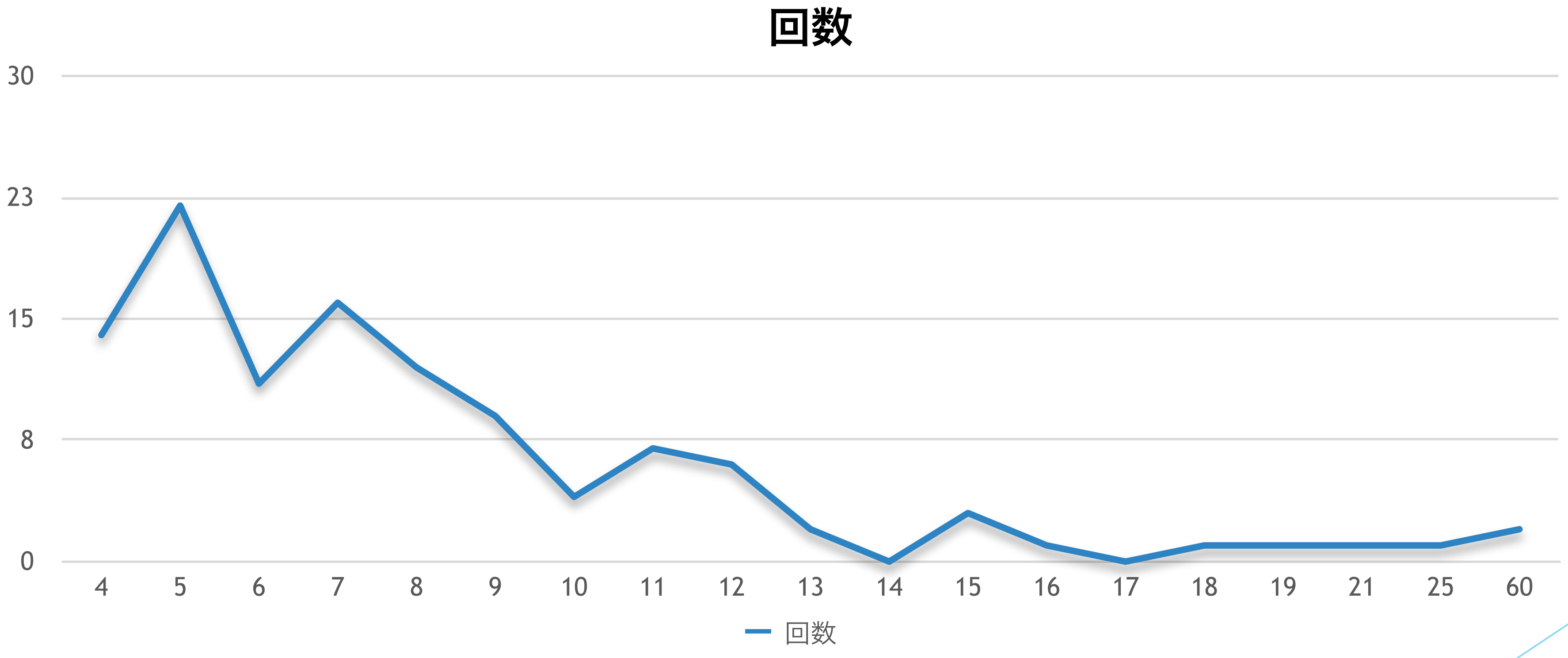
取り出します

繰り返します





118回の試行のデータ
最も多かったのは5回のとき



正解は実験結果から

5回！！

実験後

５回？

北高生は疑いました

③数学的に考えよう！

皆さんの実験結果が正しいことを

どう説明する！？

相談タイム

何を求めればよい？

それが求まったとき、

実験結果正しいと言える？

考え方ステップ１

①　ｎー１回３種類のものが出続ける確率

Ｐ（３）$_{n-1}$を求める。　（ｎ≧４）

n-1だと面倒

ｎ回３種類のものが出る確率を立式しよう。

まずは個人で考える！そのあと相談タイム！

計算　①　ｎ回目に3種類のものがでている確率P(3)nを求める。（ｎ≧3）

$$P(3)_n = \frac{{}_4C_3\{3^n - {}_3C_2(2^n - 2) - 3\}}{4^n}$$

考え方ステップ②

②ｎ回目に４種類目が出る確率$P(4)_n$を求める。

②n回目に4種類目がでる確率P(4)nを求める。

$$P(4)_n = \frac{1}{4} P(3)_{n-1} = \frac{1}{4} \frac{{}_4C_3\{3^{n-1} - {}_3C_2(2^{n-1} - 2) - 3\}}{4^{n-1}}$$

$$= \frac{3^{n-1} - 3 \cdot 2^{n-1} + 3}{4^{n-1}}$$

$$P(4)_n = \frac{1}{4} P(3)_{n-1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{{}_4C_3 \{ 3^{n-1} - {}_3C_2 (2^{n-1} - 2) - 3 \}}{4^{n-1}}$$

$$= \frac{3^{n-1} - 3 \cdot 2^{n-1} + 3}{4^{n-1}}$$

ところで最大値！？　どうやって求める？

まずは個人で、その後グループ相談タイム、発表へ

考え方ステップ③

最大値になるときは

- ③　$P(4)_4 \leqq P(4)_5 \leqq \cdots \leqq P(4)_{n-1} \leqq P(4)_n \geqq P(4)_{n+1} \geqq P(4)_{n+2} \geqq \cdots$

をみたすｎを求める。

（確率が最大となる回数を調べることができる。）

$$P(4)_{n-1} \leqq P(4)_n \geqq P(4)_{n+1}$$

③　P(4)n-1≦P(4)n　≧P(4)n+1　をみたすnを求める。

$$1 \leqq \frac{P(4)_n}{P(4)_{n-1}} \qquad 1 \geqq \frac{P(4)_{n+1}}{P(4)_n}$$

$$1 \leqq \frac{\dfrac{3^{n-1}-3\cdot 2^{n-1}+3}{4^{n-1}}}{\dfrac{3^{n-2}-3\cdot 2^{n-2}+3}{4^{n-2}}} \qquad 1 \geqq \frac{\dfrac{3^{n}-3\cdot 2^{n}+3}{4^{n}}}{\dfrac{3^{n-1}-3\cdot 2^{n-1}+3}{4^{n-1}}}$$

連立不等式をみたすｎをもとめると・・・・

$$\begin{cases} 3^{n-1} - 6 \cdot 2^{n-1} + 9 \geqq 0 \\ 3^{n-2} - 6 \cdot 2^{n-2} + 9 \leqq 0 \end{cases}$$

正解は・・・

①　　6回

これから・・・・

- おまけの種類
- 世の中の何となく
  そんな感じには数学が隠れている

以上で授業を終わります。ありがとうございました。

またお会いしましょう★★